

## 59. ročník matematické olympiády

### Úlohy klauzurní části školního kola kategorie B

1. Určete všechny hodnoty reálných parametrů  $p$  a  $q$ , pro něž má každá z rovnic

$$x(x - p) = 3 + q, \quad x(x + p) = 3 - q$$

v oboru reálných čísel dva různé kořeny, jejichž aritmetický průměr je jedním z kořenů zbylé rovnice.

2. Jsou dány délky odvěsen  $a = |BC|$ ,  $b = |AC|$  pravoúhlého trojúhelníku  $ABC$ , přičemž  $a > b$ . Označme  $D$  střed přepony  $AB$  a  $E$  ( $E \neq C$ ) průsečík strany  $BC$  s kružnicí opsanou trojúhelníku  $ADC$ . Vypočítejte obsah trojúhelníku  $EAD$ .
3. Určete všechny dvojice celých kladných čísel  $m$  a  $n$ , pro něž platí  $37 + 27^m = n^3$ .

Klauzurní část školního kola kategorie B se koná

**ve čtvrtek 21. ledna 2010**

tak, aby začala dopoledne a aby soutěžící měli na řešení úloh 4 hodiny čistého času. Za každou úlohu může soutěžící získat 6 bodů, úspěšným řešitelem je ten žák, který získá 10 bodů nebo více. Povolené pomůcky jsou psací a rýsovací potřeby, školní MF tabulky a kalkulatory bez grafického displeje. Tyto údaje se žákům sdělí před zahájením soutěže.