

## 59. ročník matematické olympiády

### Úlohy klauzurní části školního kola kategorie C

1. Zvětšíme-li čítec i jmenovatel jistého zlomku o 1, dostaneme zlomek o hodnotu  $1/20$  větší. Provedeme-li s větším zlomkem stejnou operaci, dostaneme zlomek o hodnotu  $1/12$  větší, než byla hodnota zlomku na počátku. Určete všechny tři zlomky.
2. Kružnice  $k(S; 6 \text{ cm})$  a  $l(O; 4 \text{ cm})$  mají vnitřní dotyk v bodě  $B$ . Určete délky stran trojúhelníku  $ABC$ , kde bod  $A$  je průsečík přímky  $OB$  s kružnicí  $k$  a bod  $C$  je průsečík kružnice  $k$  s tečnou z bodu  $A$  ke kružnici  $l$ .
3. Najděte všechny dvojice nezáporných celých čísel  $a, b$ , pro něž platí  $a^2 + b + 2 = a + b^2$ .

Klauzurní část školního kola kategorie C se koná

**ve čtvrtek 21. ledna 2010**

tak, aby začala dopoledne a aby soutěžící měli na řešení úloh 4 hodiny čistého času. Za každou úlohu může soutěžící získat 6 bodů, úspěšným řešitelem je ten žák, který získá 10 bodů nebo více. Povolené pomůcky jsou psací a rýsovací potřeby, školní MF tabulky a kalkulátory bez grafického displeje. Tyto údaje se žákům sdělí před zahájením soutěže.