

## Aritmetická posloupnost

### (Zkouškový test)

- Test obsahuje dvě otevřené úlohy.
- Časový rozsah testu je 20 minut.
- Bodové hodnocení testu (viz následující tabulka):

Úloha 1.	Výpočet $d$	2	Celkem 7 bodů
	Sestavení nerovnice	2	
	Řešení nerovnice	2	
	Správný závěr	1	
Úloha 2.	Zápis stran trojúhelníka	1	Celkem 7 bodů
	Sestavení soustavy rovnic	2	
	Řešení soustavy rovnic	2	
	Určení délek stran trojúhelníka	1	
	Správný závěr	1	

- Návrh klasifikace (viz následující tabulka):

Výborný	14 – 13
Chvalitebný	12 – 10
Dobrý	9 – 7
Dostatečný	6 – 5
Nedostatečný	4 – 0

**Aritmetická posloupnost**  
(Časový rozsah testu je 20 minut)

---

**Varianta A**

1. V aritmetické posloupnosti  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  je  $a_6 = 11, s_6 = 21$ .
  - a) Vypočtete diferenci této posloupnosti.
  - b) Zjistěte, kolik členů této posloupnosti dá součet aspoň 150.
  
2. Pravoúhlý trojúhelník, jehož délky stran tvoří aritmetickou posloupnost, má obsah  $96 \text{ cm}^2$ . Určete jeho obvod.

**Aritmetická posloupnost**  
(Časový rozsah testu je 20 minut)

---

**Varianta B**

1. V aritmetické posloupnosti  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  je  $a_1 = 4, s_5 = 40$ .
  - a) Vypočtete diferenci této posloupnosti.
  - b) Zjistěte, kolik členů této posloupnosti dá součet aspoň 130.
  
2. Pravoúhlý trojúhelník, jehož délky stran tvoří aritmetickou posloupnost, má obvod 36 cm. Určete jeho obsah.

## Varianta A - řešení

1. a) Výpočet  $a_1, d$ :

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$s_6 = \frac{6}{2}(a_1 + a_6) \Rightarrow a_1 = \frac{s_6}{3} - a_6 \Rightarrow a_1 = \frac{21}{3} - 11 \Rightarrow a_1 = -4$$

$$a_1 = -4 \wedge a_6 = 11 \Rightarrow d = \frac{a_6 - a_1}{5} \Rightarrow d = \frac{11 + 4}{5} \Rightarrow d = 3$$

b)  $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \wedge a_n = a_1 + (n - 1)d$

$$a_n = -4 + (n - 1) \cdot 3$$

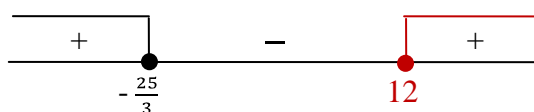
$$a_n = 3n - 7$$

$$s_n = \frac{n}{2}(-4 + 3n - 7)$$

$$s_n = \frac{n}{2}(3n - 11) \wedge s_n \geq 150 \Rightarrow \frac{n}{2}(3n - 11) \geq 150$$

$$3n^2 - 11n - 300 \geq 0$$

$$3(n - 12)\left(n + \frac{25}{3}\right) \geq 0$$



**Závěr:** V dané posloupnosti je  $d = 3$ .

Požadovaný součet poskytne aspoň 12 členů dané posloupnosti.

2. Označení stran trojúhelníka:  $a = x - d$

$$b = x$$

$$c = x + d; x, d > 0$$

$$\text{Obsah trojúhelníka: } S = \frac{a \cdot b}{2} \Rightarrow S = \frac{(x-d)x}{2} \Rightarrow \frac{(x-d)x}{2} = 96$$

$$\text{Pythagorova věta: } c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (x+d)^2 = (x-d)^2 + x^2$$

Řešení vzniklé soustavy dvou rovnic:

$$x = 16, d = 4$$

Velikosti stran trojúhelníka:  $a = 12 \text{ cm}$

$$b = 16 \text{ cm}$$

$$c = 20 \text{ cm}$$

$$o = a + b + c \Rightarrow o = 48$$

**Závěr:** Obvod trojúhelníka je 48 cm.

## Varianta B - řešení

1. a) Výpočet  $a_5, d$ :

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$s_5 = \frac{5}{2}(a_1 + a_5) \Rightarrow a_5 = \frac{2}{5}s_5 - a_1 \Rightarrow a_5 = \frac{2}{5} \cdot 40 - 4 \Rightarrow a_5 = 12$$

$$a_1 = 4 \wedge a_5 = 12 \Rightarrow d = \frac{a_5 - a_1}{4} \Rightarrow d = \frac{12 - 4}{4} \Rightarrow d = 2$$

b)  $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \wedge a_n = a_1 + (n - 1)d$

$$a_n = 4 + (n - 1) \cdot 2$$

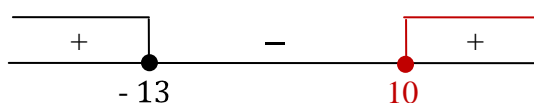
$$a_n = 2n + 2$$

$$s_n = \frac{n}{2}(4 + 2n + 2)$$

$$s_n = \frac{n}{2}(2n + 6) \wedge s_n \geq 130 \Rightarrow \frac{n}{2}(2n + 6) \geq 130$$

$$n^2 + 3n - 130 \geq 0$$

$$(n - 10)(n + 13) \geq 0$$



**Závěr:** V dané posloupnosti je  $d = 2$ .

Požadovaný součet poskytne aspoň 10 členů dané posloupnosti.

2. Označení stran trojúhelníka:  $a = x - d$

$$b = x$$

$$c = x + d; x, d > 0$$

Obvod trojúhelníka:  $o = a + b + c \Rightarrow o = (x - d) + x + (x + d) \Rightarrow 3x = 36$

Pythagorova věta:  $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (x + d)^2 = (x - d)^2 + x^2$

Řešení vzniklé soustavy dvou rovnic:

$$x = 12, d = 3$$

Velikosti stran trojúhelníka:  $a = 9 \text{ cm}$

$$b = 12 \text{ cm}$$

$$c = 15 \text{ cm}$$

$$S = \frac{a \cdot b}{2} \Rightarrow S = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54$$

**Závěr:** Obsah trojúhelníka je  $54 \text{ cm}^2$ .